Министерство образования и науки РФ

Совет ректоров вузов Томской области

Открытая региональная межвузовская олимпиада

2013-2014

ФИЗИКА

8 класс

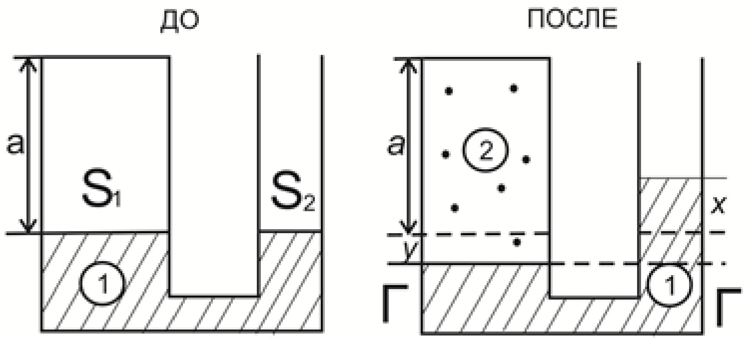
II этап

Вариант 1

1. В двух цилиндрических сообщающихся сосудах налита ртуть. Сечение одного из сосудов вдвое больше другого. Более широкий сосуд доливают до края водой. Насколько поднимется при этом уровень ртути в другом сосуде? Первоначально уровень ртути был в 20 см от верхнего края сосудов. Плотность ртути 13,6 г/см^3, плотность воды 1 г/см^3.

Решение

а) Согласно закону сохранения массы, потеря массы ртути в левом колене за счет опускания должна равняться прибавке ртути в правом колене за счет подъёма, поэтому (см. рис.) $S_1 y = S_2 x$, а т.к. $S_1 = 2S_2 => y = \frac{x}{2}$



б) После заливки воды должны сравняться давления жидкости на уровне Г-Г (уровень ртути в левом колене) в обоих коленах сосуда: $\rho_2(a + y) = \rho_1(x + y)$ (См. рис.)

После подстановки и преобразований получается:

$$\rho_1(a+\frac{2}{x})=\rho_1(x+\frac{x}{2})=>\rho_1\frac{3x}{2}=\rho_2 a+\rho_2\frac{x}{2}=>\frac{x}{2}(3\rho_1-\rho_2)=\rho_2 a=>x=\frac{2\rho_2 a}{3\rho_1-\rho_2}$$

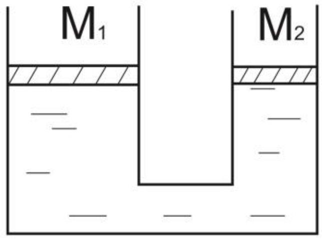
Подстановка чисел даёт:

$$X=\frac{2\cdot 1\cdot 20}{3\cdot 13{,}6-1}=\frac{40}{30{,}8}\approx 1\ (\text{см})$$

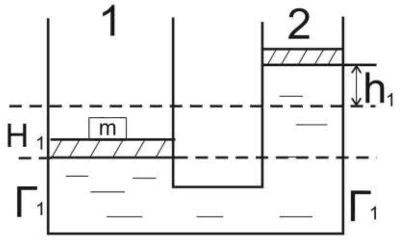
Ответ: 1(см)

2. Система из двух сообщающихся вертикальных цилиндров, заполненных водой плотностью 1000 кг/м^3, закрыта поршнями массами 10 кг и 5 кг. В положении равновесия поршни находятся на одной высоте. Если на поршень массой 10 кг положить груз массой m, то поршень массой 5 кг поднимется после установления равновесия на высоту 10 см относительно начального положения. На какую высоту относительно начального положения равновесия поднимется поршень массой 10 кг, если груз массой m положить на поршень массой 5 кг? Трения нет

Решение:



Механизм в покое, т.к. масса левого поршня в 2 раза больше массы правого, то и для площадей сечений сосудов сохранится то же соотношение: $S_1 = 2S_2$

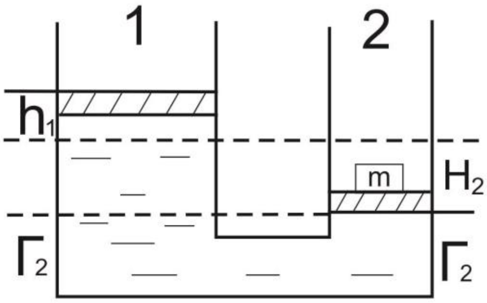


На левый поршень положили груз, в результате чего он опустился на расстояние H_1, а второй поршень поднялся на расстояние h_1. Согласно закону сохранения массы:

$$\frac{H_1}{h_1} = \frac{S_1}{S_2} => H_1 = h_1 \cdot \frac{S_2}{S_1} = 0{,}5h_1 = 5\text{см}$$

Давление жидкости в коленах на уровне $\Gamma_1 - \Gamma_2$ должны быть равными, т.к. поршни создали равное давление (см. выше), столба давление груза m_1 должно быть уравновешено давлением столба воды в правом сосуде:

$$\frac{mg}{S_1} = \rho g(h_1 + H_1) = \rho g \cdot 0{,}15$$



Когда груз положили на правый поршень, он опустился на расстояние H_2, левый поднялся на h_2. Согласно закону сохранения массы:

$$\frac{H_2}{h_2} = \frac{S_1}{S_2} => H_2 = 2h_2$$

Если записать аналогично п.2 равенство для давлений на уровне $\Gamma_1 - \Gamma_2$, то получится

$$\frac{mg}{S_2} = \rho g(H_2 + h_2) = \rho g \cdot 3h_2$$

Если в это равенство подставить значение $S_2 = \frac{1}{2}S_1$, то $\frac{2mg}{s_1} = \rho g \cdot 3h_2$

Если подставить из п.2 $\frac{mg}{S_1} = \rho g \cdot 0{,}15$, то

$$2 \cdot \rho g \cdot 0{,}15 = \rho g \cdot h_2 => h_2 = 0{,}1 \text{(м)=10см}$$

Ответ: 10 см

3. Однородное тело плавает на поверхности керосина так, что объем погруженной части составляет 0,92 всего объема тела. Определить объем погруженной части при плавании тела на поверхности воды. Плотность керосина 800 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение:

а) В случае керосина погруженный объем

$$V_1 = 0{,}92V$$

Согласно условию плавания, должно выполняться равенство

$$Mg = \rho_1 V_1 g, \text{ откуда}$$

$$M = \rho_1 V_1$$

б) Согласно тому же условию плавания, для воды должно выполняться

$$M = \rho_2 V_2$$

Поэтому

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot 0{,}92V = \rho_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot 0{,}92V = 0{,}736V$$

Откуда

$$\frac{V_2}{V} = 0{,}736$$

Ответ: 0,736

4. В теплоизолированном сосуде имеются две жидкости с начальными температурами t_1 и t_2 ($t_1 < t_2$) и удельными теплоемкостями C_1 и C_2, разделенные нетеплопроводящей перегородкой. Перегородку убирают, и после установления теплового равновесия разность между начальной температурой второй жидкости и установившейся в сосуде температурой t оказывается в два раза меньше разности начальных температур жидкостей. Найдите отношение масс жидкостей m_1/m_2.

Решение:

Уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2$$

Приводит к следующему равенству(тело 1 нагревается, тело 2 охлаждается до температуры t):

$$C_1 m_1 (t - t_1) = C_2 m_2 (t_2 - t)$$

На основании исходных данных

$$t_2 - t_1 = 2(t_2 - t) => t = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

Подстановка в уравнение теплового баланса приводит к выражению

$$C_1 m_1 \left(\frac{t_1 + t_2}{2} - t_1\right) = C_2 m_2 (t_2 - \frac{t_1 + t_2}{2})$$

Преобразования приводят к ответу:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}$

5. Сколько дров надо сжечь в печке с к.п.д. = 40%, чтобы получить из 200 кг снега, взятого при температуре –10ºС, воду при 20ºС (удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·ºС), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·ºС), удельная теплота плавления льда λ = 3;4·10^5 Дж/кг, удельная теплота сгорания дров 10^6 Дж/кг.)?

Решение:

Тепло Q_1, идущее на образование воды, формируется из тепла Q_2, получаемого при сгорании дров. На основании определения КПД

$$\frac{Q_1}{Q_2} \cdot 100\% = 40^\circ => \ Q_1 = 0{,}4Q_2$$

Тепло Q_1 идёт:

а) на нагрев льда

$$C_1 m(0^\circ - t_1)$$

б) на плавление льда

$$\lambda m$$

в) на нагрев образовавшейся воды

$$C_2 m(t_2 - 0^\circ c)$$

Отсюда

$$Q_1 = C_1 m(0^\circ - t_1) + \lambda m + C_2 m(t_2 - 0^\circ c) = m(-C_1 t_1 + \lambda + C_2 t_2) = 8{,}9 \cdot 10^7 (Дж)$$

Теплота, выделившаяся при сгорании дров(см. выше)

$$Q_2 = \frac{Q_1}{0{,}4} = \frac{8{,}9 \cdot 10^7}{0{,}4} = 22{,}25 \cdot 10^7 (\text{Дж})$$

Согласно определению удельной теплоты сгорания топлива

$$Q_2 = q m_1 => m_1 = \frac{Q_2}{Q} = \frac{22{,}25 \cdot 10^7}{10^6} = 222{,}5(\text{кг})$$

Ответ: 222,5(кг)

Министерство образования и науки РФ

Совет ректоров вузов Томской области

Открытая региональная межвузовская олимпиада

2013-2014

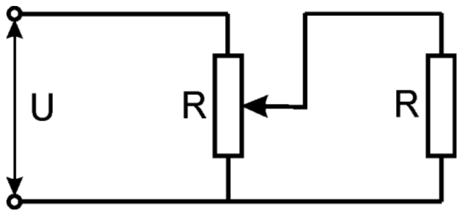
ФИЗИКА

9 класс

II этап

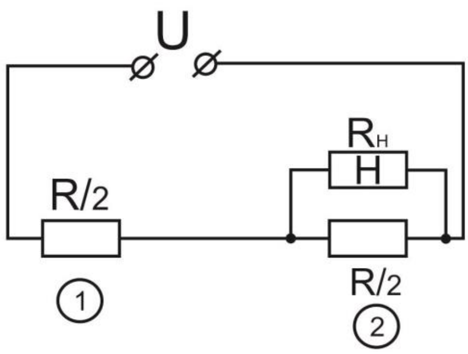
Вариант 1

1. Для регулирования напряжения на нагрузке собрана схема, изображенная на рисунке. Сопротивления нагрузки и регулировочного реостата равны R=100 Ом. Нагрузка подключена к половине реостата. Входное напряжение неизменно и равно U=100 В. Определите, как изменится напряжение на нагрузке, если ее сопротивление увеличить в два раза.



Решение:

Эквивалентная схема задачи выглядит так:



а) $R_{H1} = R$

Сопротивление участка 2 будет

$$R_2 = \frac{R \cdot \frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{R}{3}$$

Полное сопротивление цепи

$$R_0 = \frac{R}{2} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6}$$

Сила тока в цепи

$$I_A = \frac{U}{R_0} = \frac{U}{\frac{5}{6}R} = \frac{6U}{5R}$$

Напряжение на нагрузке в этом случае

$$U_A = IR_2 = \frac{6U}{5R} \cdot \frac{R}{3} = \frac{2U}{5}$$

б) $R_H = 2R$.Сопротивление участка 2 будет

$$R_2 = \frac{2R \cdot \frac{R}{2}}{2R + \frac{R}{2}} = \frac{2R}{5}$$

Полное сопротивление цепи

$$R_0 = \frac{R}{2} + \frac{2R}{5} = \frac{9R}{10}$$

Сила тока в цепи

$$I_B = \frac{U}{R_0} = \frac{U}{9R/_{10}} = \frac{10U}{9R}$$

Напряжение на нагрузке в этом случае

$$U_B = IR_2 = \frac{10U}{9R} \cdot \frac{2R}{5} = \frac{4U}{9}$$

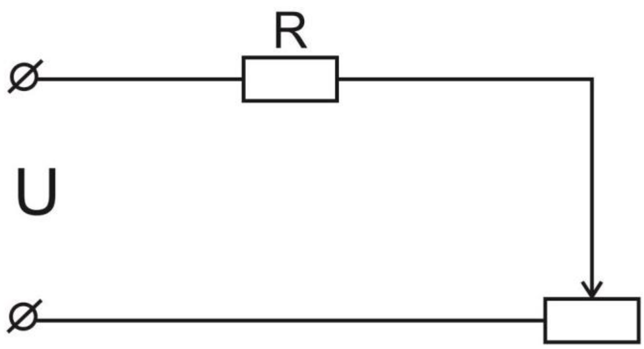
в) Изменение напряжения на нагрузке

$$U_B - U_A = \frac{4U}{9} - \frac{2U}{5} = \frac{2U}{45} = \frac{2 \cdot 100}{45} = 4{,}4 \text{ (В)}$$

Ответ: 4,4 (В)

Резистор, сопротивление которого постоянно, и реостат соединены последовательно и подсоединены к источнику постоянного напряжения U. При силе тока в цепи I_1 = 2 А на реостате выделяется мощность P_1 = 48 Вт, а при силе тока I_2 = 5 А на нем выделяется мощность P_2 = 30 Вт. Определите напряжение источника и сопротивление резистора. Найдите силу тока в цепи, когда сопротивление реостата равно нулю.

Решение:



а) согласно закону Джоуля-Ленца

$$P = I^2 R$$

Для первого случая

$$48 = 2^2 \cdot R_1 => R_1 = \frac{48}{2^2} = 12\ (\text{Ом})$$

Для второго случая

$$30 = 5^2 \cdot R_2 => R_2 = \frac{30}{5^2} = 1{,}2\ (\text{Ом})$$

б) Согласно закону Ома $U = IR_0$

Общее сопротивление R_0 складывается из сопротивления R и сопротивления реостата (R_1или R_2). Т.к. напряжения в обоих случаях равны, то

$$I_1(R_1 + R) = I_2(R_2 + R) => 2(12 + R) = 5(1{,}2 + R)$$

Решая уравнение, получим R=6 Ом

в) Применяя закон Ома для любого из случаев (в этом примере - первого), получаем:

$$U_1 = I_1(R + R_1) = 2 \cdot (12 + 6) = 36\ (\text{В})$$

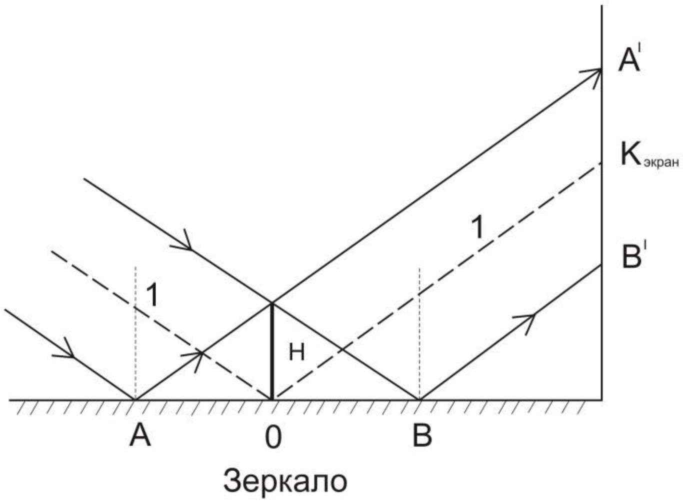
г) Сила тока в отсутствие реостата

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{36}{6} = 6(\text{А})$$

Ответ: 6(А)

2. Солнечные лучи, падающие под некоторым углом на плоское горизонтальное зеркало, отражаясь, попадают на вертикальный экран. На зеркале стоит непрозрачная пластинка высотой H. Определите размеры тени на экране.

Решение:



На экран попадают лучи, отражающиеся от зеркала левее точки A и правее точки B. Тень на экране – отрезок $A^{`}B^{`}$. С помощью вспомогательного построения линии 1, параллельной лучам света, видно

а) отрезок $A^{`}K = H$ (Стороны параллелограмма)

б) отрезок $KB^{`} = H$ (т.к. линия 1 и луч $BB^{`}$ выходят из концо отрезка OB, который равен OA)

Таким образом

$$A^{`}B^{`} = A^{`}K + KB^{`} = 2H$$

Ответ: 2H

3. Мимо наблюдателя, стоящего на платформе, проходит поезд. Первый вагон поезда прошел мимо наблюдателя за время 1 с, второй – за 1,5 с. Найти скорость поезда в начале и в конце наблюдения, а также ускорение поезда, считая движение поезда равноускоренным. Длина каждого вагона 12 м.

Решение:

Т.к. поезд движется замедленно с постоянным ускорением *a,* то для расстояний в 1 и 2 вагона можно записать следующие равенства:

$$\begin{cases} l = V_0 t_1 - \dfrac{a t_1^2}{2} \\ 2l = V_0(t_1 + t_2) - \dfrac{a(t_1 + t_2)^2}{2} \end{cases}$$

Подстановка исходных данных задачи приводит к системе двух уравнений для двух неизвестных:

$$\begin{cases} 12 = V_0 \cdot 1 - \frac{a \cdot 1^2}{2} \\ 2 \cdot 12 = V_0(1 + 1{,}5) - \frac{a \cdot (1+1{,}5)^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} 12 = V_0 - \frac{a}{2} \\ 24 = 2{,}5V_0 - \frac{a \cdot 6{,}25}{2} \end{cases}$$

Решение системы даёт следующие ответы:

$V_0 = 13{,}6(\mathrm{м}/\mathrm{с})$ $\quad a = 3{,}2(\mathrm{м}/\mathrm{с}^2)$ -замедление

Скорость, с которой будет двигаться поезд после прохождения двух вагонов, определяется так:

$$V = V_0 - a(t_1 + t_2) = 13{,}6 - 3{,}2 \cdot (1 + 2{,}5) = 5{,}6\ (\mathrm{м}/\mathrm{с})$$

Ответ: 13,6($\mathrm{м}/\mathrm{с}$); 5,6($\mathrm{м}/\mathrm{с}$), 3,2($\mathrm{м}/\mathrm{с}^2$);

4. Два тела массой m_1 = 3 кг и m_2= 6 кг лежат на абсолютно гладком горизонтальном столе. Тела связаны невесомым шнуром, который разрывается, если к телу с меньшей массой приложить силу F_1 = 240 Н. Какую минимальную силу F_2 надо приложить к телу с большей массой, чтобы разорвать шнур?

Решение:

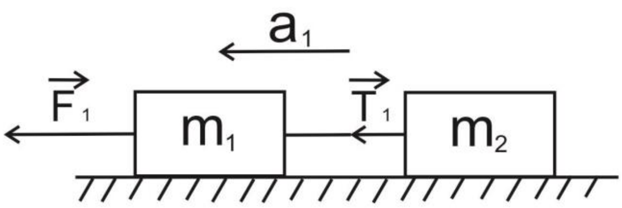


Рис. а

II закон Ньютона, записанный для горизонтального движения влево, приводит к следующим равенствам:

-для системы двух грузов

$$F_1 = (m_1 + m_2)a_1$$

-для груза m_2

$T = m_2 a_1$ (T – предельная сила натяжения нити)

Разделив эти равенства друг на друга, получим выражение для определения силы T:

$$\frac{F_1}{T} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} => \frac{240}{T} = \frac{3+6}{6} => T = \frac{240 \cdot 6}{9} = 160 \text{ (Н)}$$

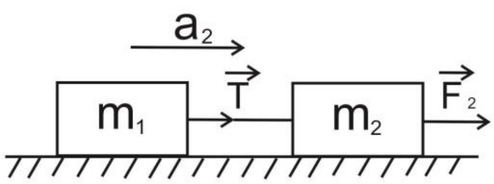


Рис. б

II закон Ньютона, записанный для горизонтального движения вправо, приводит к следующим равенствам:

-для системы двух грузов

$$F_2 = (m_1 + m_2)a_2 \qquad (1)$$

-для груза m_1

$$T = m_1 a_2 \qquad (2)$$

Разделив равенства (1) и (2) друг на друга, получим выражение для определения силы F_2:

$$\frac{F_2}{T} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} => \frac{F_2}{160} = \frac{3+6}{3} => F_2 = \frac{160 \cdot 9}{3} = 480\ (\text{Н})$$

Ответ: 480 (Н)

Министерство образования и науки РФ

Совет ректоров вузов Томской области

Открытая региональная межвузовская олимпиада

2013-2014

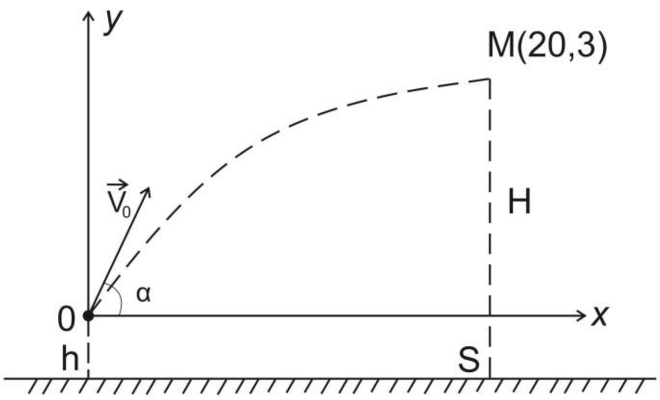
ФИЗИКА

10 класс

II этап

Вариант 1

1. Юноша бросает камень, стараясь попасть им в лампочку, которая по горизонтали отстоит от точки броска на 20 м и находится на высоте 4 м над уровнем Земли. Точка броска находится на высоте 1 м. С какой наименьшей скоростью нужно бросить камень, чтобы попасть в лампочку? Земля плоская, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.
Решение:



На рисунке М – лампочка, О – точка бросания камня со скоростью V_0 под углом α к горизонту. Для решения задачи нужно ввести систему координат (см. рис.)

Уравнение движения камня

$$\begin{cases} x = V_0 \cos\alpha \cdot t \\ y = V_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Исключая из уравнений t, можно получить уравнение траектории полёта камня:

$$y = tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha} x2$$

Если в это уравнение подставить координаты лампочки – получится выражение, связывающее V_0 и α:

$$3 = tg\alpha \cdot 20 - \frac{10}{2V_0^2 cos^2\alpha} \cdot 400 => \ V_0^2 = \frac{2000}{(20tg\alpha - 3) \cdot cos^2\alpha}$$

Скорость будет минимальной, когда знаменатель будет наибольшим. Его надо преобразовать:

$$(20tg\alpha - 3) \cdot cos^2\alpha = 20sin\alpha \cdot cos a - 3cos^2\alpha$$

Если использовать формулы двойного угла, то выражение можно привести к виду:

$$10sin2\alpha - \frac{3}{2}cos2\alpha - \frac{3}{2}$$

Первые два слагаемых можно преобразовать, используя известные соотношения:

$$Asin\varphi + Bcos\varphi = \sqrt{A^2 + B^2}\sin(\varphi + \varphi_0)$$

(Величина φ_0 определяется из выражения: $tg\varphi_0 = \frac{B}{A}$)

Поэтому знаменатель приводится к виду:

$$\sqrt{10^2 + 1{,}5^2}\sin(2\alpha + \varphi_0) - 1{,}5$$

Наибольшее значение знаменатель примет, когда синус будет равен 1:

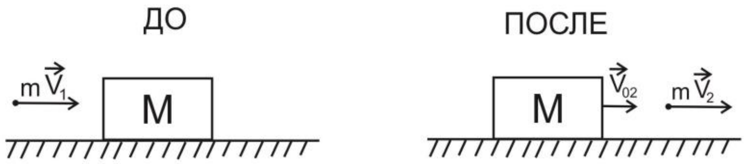
$$\sqrt{100 + 2{,}25} - 1{,}5 \approx 8{,}61$$

Отсюда наименьшее значение начальной скорости:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2000}{8{,}61}} \approx 15{,}2\ {}^{\text{м}}/_{\text{с}}$$

Ответ: 15,2 $^{\text{м}}/_{\text{с}}$

2. На гладком горизонтальном столе лежит пенопластовый куб массы $\boldsymbol{M}$ = 1 кг. В него попадает горизонтально летящая со скоростью V = 200 м/с пуля массы $\boldsymbol{m}$ = 10 г, пробивает его и летит дальше со скоростью V/3**.** Найти скорость куба и количество выделившегося при этом тепла.
Решение:



а) Согласно закону сохранения импульса

$$mV_1 = mV_2 + MV_{02}$$

$$0{,}01 \cdot 200 = 0{,}01 \cdot \frac{200}{3} + 1 \cdot V_{02}$$

$$V_{02} = 0{,}01 \cdot 200 - 0{,}01 \cdot \frac{200}{3} = \frac{4}{3} = 1{,}33\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$$

б) Согласно закону сохранения энергии

$$Q = E_{\text{к}} - E_{\text{к}} \qquad (E_{\text{к}}\text{-полная кинетическая энергия системы})$$

$$E_{\text{к}1} = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}MV_{01}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot 200^2 = 200\ (\text{Дж})$$

$$E_{\text{к}2} = mV_2^2 + \frac{1}{2}MV_{02}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot \left(\frac{200}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{208}{9} \approx 23{,}1\ (\text{Дж})$$

$$Q = 200 - 23{,}1 = 176{,}9\ (\text{Дж})$$

Ответ: 1,33$^{\text{м}}/_{\text{с}}$; 176,9(Дж)

3. Найти плотность влажного воздуха при температуре 373 К и давлении 100000 Па, если водяного пара в воздухе 10% от общего числа молекул. Молярная масса водяного пара 18 г/моль, молярная масса воздуха 29 г/моль.

Решение:

Согласно определению, плотность равна отношению массы газа к его объёму; масса газа складывается из масс водяного пара и воздуха, поэтому

$$\rho = \frac{m_{H_2O} + m_{\text{B}}}{V}$$

Для каждого из газов можно записать уравнение состояния Менделеева-Клапейрона

$$\begin{cases} P_{H_2O}V = \frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}RT \\ P_{\text{в}}V = \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}}RT \end{cases}$$

Где P_{H_2O} и $P_{\text{в}}$ – парциальные давления водяного пара и воздуха.

Если сложить эти выражения и воспользоваться законом Дальтона, то получится

$$PV = \left(\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} + \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}}\right)RT$$

Откуда

$$\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} + \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}} = \frac{PV}{RT} \qquad (1)$$

Согласно условию $N_{H_2O} = 0{,}1N$. Количества молекул определяются так:

$$N_{H_2O} = \frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}N_A; \; N_{\text{B}} = \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}}N_A \quad (N_A - \text{число Авогардо})$$

$$N = N_{H_2O} + N_{\text{B}} = N_A\left(\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} + \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}}\right)$$

Согласно условию

$$\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} \cdot N_A = 0{,}1N_A\left(\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} + \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}}\right) => 9\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} = \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}}$$

После подстановки в (1)

$$10\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} = \frac{PV}{RT} => m_{H_2O} = \frac{PV \cdot M_{H_2O}}{10RT}$$

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{m_{\text{B}}}{M_{\text{B}}} = \frac{PV}{RT} => m_{\text{B}} = \frac{PV \cdot M_{\text{B}} \cdot 9}{10RT}$$

После подстановки в формулу для ρ

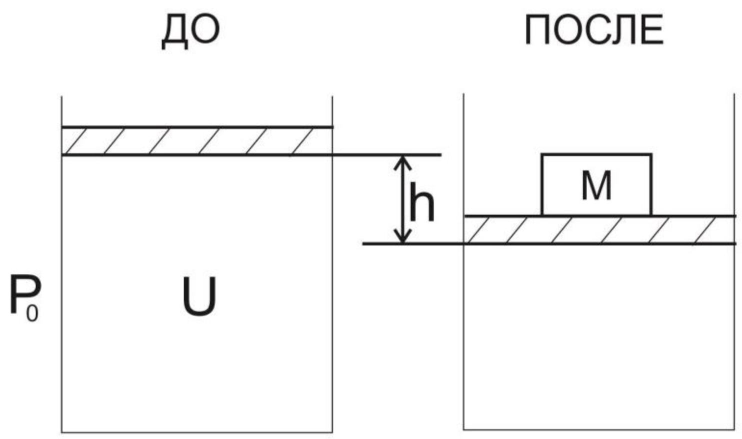
$$\rho = \frac{1}{V}\left(m_{H_2O} + m_{\text{в}}\right) = \frac{P}{10RT} \cdot \left(M_{H_2O} + 9M_{\text{в}}\right) = \frac{100000}{10 \cdot 8{,}31 \cdot 373} \cdot$$

$$\cdot\,(0{,}018 + 9 \cdot 0{,}029) = 0{,}9\left({}^{\text{кг}}/_{\text{м}^3}\right)$$

Ответ: $0{,}9\ \left({}^{\text{кг}}/_{\text{м}^3}\right)$

4. В вертикальном цилиндре вместимостью V под невесомым поршнем находится n молей идеального одноатомного газа. Газ под поршнем теплоизолирован. На поршень положили груз массой M, в результате чего поршень переместился на расстояние h. Определите конечную температуру установившуюся после перемещения поршня, если площадь поршня равна S, атмосферное давление P_0.

Решение:



После опускания поршня на высоту h вес груза не уравновесился давлением газа(поршень просто сдвинулся).

Начальная температура

$$P_0V = nRT_1 => T_1 = \frac{P_0V}{nR}$$

Согласно Iзакону термодинамики

$Q = A + \delta U$. Т.к. сосуд теплоизолирован, то $Q = 0$. Над газом совершается работа силой тяжести, действующей на груз, поэтому $A = -Mgh$

Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа

$$\delta U = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_2)$$

Отсюда

$$O = -Mgh + \frac{3}{2}nR(T_1 - T_2) => T_1 - T_2 = \frac{2Mgh}{3nR}$$

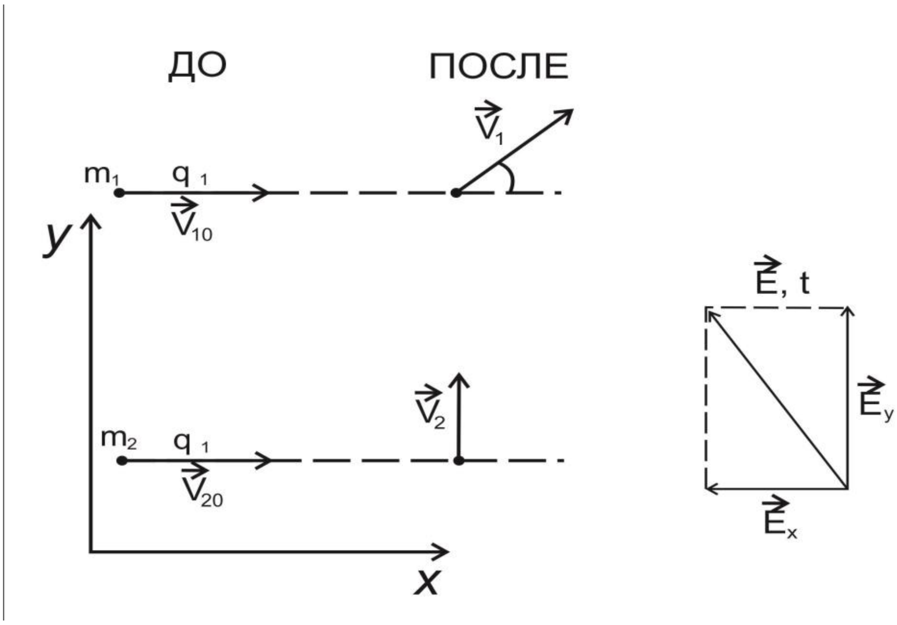
Подставив значение T_1, получаем

$$T_2 = T_1 + \frac{2Mgh}{3nR} = \frac{P_0V}{nR} + \frac{2Mgh}{3nR} = \frac{3P_0V + 2Mgh}{3nR}$$

Ответ: $\frac{3P_0V+2Mgh}{3nR}$

5. Два шарика с зарядами q_1 и q_2 имели вначале одинаковые по модулю и направлению скорости. После того как на некоторое время было включено однородное электрическое поле, направление скорости шарика 1 изменилось на 60°, а модуль скорости уменьшился вдвое. Направление скорости шарика 2 повернулось на 90°. Во сколько раз изменилась скорость 2-го шарика? Электростатическим взаимодействием шариков пренебречь.

Решение:



Картина движения частиц, система координат и вектор напряжённости изображён на рисунке.

Движение первой частицы согласно II закону Ньютона

$$m_1\vec{a}_1 = q_1\vec{E} => \vec{a}_1 = \frac{q_1}{m_1}\vec{E} => \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \frac{q_1}{m_1}\vec{E}t$$

На основании рисунка

$$a_{1x} = -\frac{q_1E_x}{m_1} => \ V_{1x} = V_0 - \frac{q_1E_x}{m_1}t$$

$$a_{1y} = \frac{q_1E_y}{m_1} => V_{1y} = \frac{q_1E_y}{m_1}t$$

На основании условия задачи

$$\frac{V_{1y}}{V_{1x}} = tg60° = \sqrt{3} => V_{1y} = V_{1x}\sqrt{3}$$

На основании условия задачи

$$V_0 = 2V_1 => V_0^2 = 4V_1^2 = 4 \cdot \left(V_{1x}^2 + V_{1y}^2\right) = 4 \cdot \left(V_{1x}^2 + 3V_{1x}^2\right) = 16V_{1x}^2 => V_0 = 4V_{1x}$$

$$V_{1x} = V_0 - \frac{q_1 E_x t}{m_1} => V_0 = 4\left(V_0 - \frac{q_1 E_x t}{M_1}\right) => 3V_0 = 4\frac{q_1 E_x t}{m_1} => E_x t = \frac{3V_0 m_1}{4q_1}$$

Так как в предыдущих формулах было

$$V_{1x} = \frac{1}{4}V_0, \text{а } V_{1y} = \sqrt{3}V_{1x} => V_{1y} = \frac{\sqrt{3}}{4}V_0$$

После подстановки этого значения во II закон Ньютона получается формула

$$V_{1x} = \frac{q_1 E_y}{m_1}t => \frac{\sqrt{3}}{4}V_0 = \frac{q_1 E_y}{m_1}t => E_y t = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{V_0 m_1}{q_1}$$

Записанные аналогичным образом компоненты вектора ускорения и вектора скорости для второй частицы выглядят так:

$$\begin{cases} a_{2x} = -\dfrac{q_2 E_x}{m_2} \\ a_{2y} = \dfrac{q_2 E_y}{m_2} \end{cases} => \begin{cases} V_{2x} = V_0 - \dfrac{q_2 E_x}{m_2}t \\ V_{2y} = \dfrac{q_2 E_y}{m_2}t \end{cases}$$

Согласно условию задачи $V_{2x} = 0$. Если в первое уравнение подставить значение $E_x t$, то:

$$0 = V_0 - \frac{q_2}{m_2}\cdot\frac{3V_0 m_1}{4q_1} => \frac{m_1 q_2}{q_1 m_2} = \frac{4}{3}$$

Для второго уравнения получается

$$V_{2y} = \frac{q_2}{m_2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{m_1}{q_1}V_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{q_2 m_1}{m_2 q_1}V_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{4}{3}V_0 = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

Согласно условию задачи $V_2 = V_{2y} = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$

Отсюда искомое отношение скоростей

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ответ: Скорость второй частицы уменьшилась в $\sqrt{3}$ раз.